

## Determination of mineral hardness based on its physical properties

A. H. Kohsary, M. Fatehi Marji, A. H. Morshedi

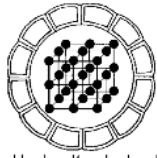
*Mining Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran,  
E-mail: kohsary@yazduni.ac.ir*

(Received: 7/5/2005, received in revised form: 16/9/2005)

**Abstract:** Hardness of a mineral is one of its important physical properties and several methods have been presented for its determination. Mohs hardness determination is the most versatile method by which the mineral hardness is determined somewhat qualitatively with respect to another mineral and has no unit. In this paper, because of the need to measure the mineral hardness more accurately and give a meaningful unit to it, a new method is proposed to determine the mineral hardness based on its other related physical properties. In the proposed method the coefficient of friction is taken as the base, where the effects of other related factors like temperature, normal force, surface hardness, velocity and its direction are considered and then the direct and inverse relations of these factors on the coefficient of friction are discussed. The new method (which is called as FH (Frictional Hardness) method) is also compared with the three existing methods i.e. Mohs hardness, Rockwell hardness (R) and Penetration hardness (p). The main advantages of the FH method are: (i) Hardness has a specific unit and dimension, (ii) The hardness of different minerals can be determined accurately so that they can be distinguished from each other in a better way, and (iii) A lot of minerals in which their hardness are very close to each other will not have equal hardness. Maximum temperature which is an important factor in FH hardness can be obtained through equations of heat and energy or it can be measured by a thermocouple.

**Keywords:** *Hardness, Coefficient of Friction, Maximum Temperature, Velocity Vector.*





## چگونگی تعیین سختی کانی‌ها بر پایه سرشتیهای فیزیکی آنها

امیر حسین کوهساری، محمد فاتحی مرچی، امین حسین مرشدی

دانشکده مهندسی معدن، مجتمع فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

پست الکترونیکی: [kohsary@yazduni.ac.ir](mailto:kohsary@yazduni.ac.ir)

(دریافت مقاله ۸۴/۲/۱۷، دریافت نسخه نهایی ۸۴/۶/۲۵)

**چکیده:** سختی کانیها یکی از ویژگی‌های مهم فیزیکی آنهاست که برای تعیین آن روشهای مختلفی ارائه شده است. متداول‌ترین این روشها جدول سختی موهس است که در آن سختی کانی‌ها بیشتر کیفی و بدون یکا بوده و نسبت به هم سنجیده می‌شوند. در این مقاله با توجه به اهمیت تعیین دقیق‌تر سختی کانی‌ها و تعیین یکای آنها روش جدیدی بر پایه سرشتیهای فیزیکی کانی‌ها ارائه شده است. در این روش مبنا ضریب اصطکاک کانی است که با توجه به آن، عوامل مؤثر دیگری نظیر دما، نیروی عمود بر سطح، سختی سطوح، سرعت و راستای آن نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج آزمایش‌های انجام شده در این بررسی نشان داد که سختی‌های کانی از طریق اصطکاک قابل بررسی است که به عواملی چون دما، نیروی عمودی بر سطح، سختی سطوح، سرعت و راستای سرعت بستگی دارد و سپس به رابطه مستقیم یا وارون این عوامل با ضریب اصطکاک پرداخته شده است. این روش که آن را روش سختی اصطکاک (FH (Frictional Hardness نامیده‌ایم با سه روش موجود؛ موهس، راکول، و نفوذی مقایسه شده است. برتریهای مهم روش FH عبارتند از: ۱- دارا بودن یکا و بعد ویژه. ۲- جدا سازی بهتر سختی کانی‌های مختلف. ۳- اینکه تعداد زیادی از کانی‌ها به علت نزدیک بودن سختی-هایشان در یک بازه سختی قرار نمی‌گیرند. در این روش، دمای بیشینه دارای اهمیت ویژه‌ای است که می‌توان آن را هم از طریق روابط انرژی و گرما محاسبه کرد و هم با استفاده از دماسنج‌های تماسی (ترموکوپل).

**واژه‌های کلیدی:** سختی، ضریب اصطکاک، دمای بیشینه، بردار سرعت.

## مقدمه

روش‌های مختلفی برای تعیین سختی کانی‌ها و مواد ارائه شده است که مهم‌ترین آنها عبارتند از: مقیاس سختی موهس<sup>۱</sup>، راکول<sup>۲</sup>، نفوذی<sup>۳</sup> و وایکرز<sup>۴</sup> [۱ تا ۶]. در روش پیشنهادی (که آن را روش "سختی اصطکاکی" نامیده‌ایم)، از ضریب اصطکاک ایستایی استفاده می‌شود، زیرا اصطکاک ایستایی در یک زمان کوتاه و آن هم در آستانه حرکت به وجود می‌آید، و دارای خطای کمتری نسبت به اصطکاک جنبشی است [۷ تا ۱۱]. اثر دما بر FH کانی‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفته است [۱۲-۱۶].

## روش‌های متداول سنجش سختی

در اینجا به سه روش متداول اشاره می‌شود که با هم و نیز با سختی موهس مقایسه شده‌اند.  
الف) روش انرژی سطح:

در این روش سختی بر اساس انرژی وارد بر سطح (انرژی سطحی) و فشار تعیین می‌شود. با در نظر گرفتن یک جسم استوانه‌ای با سطح مقطعی به شعاع  $r$ ، فشار  $p$ ، انرژی وارد بر سطح  $\gamma$ ، سختی  $H$  این ماده از طریق روابط زیر به دست می‌آید [۸ و ۹].

$$\frac{\gamma}{p} = r, \quad \gamma \propto \sqrt{H} \quad (1)$$

که هرچه سختی ماده بیشتر باشد، نسبت  $\gamma/p$  کمتر است و برعکس.

ب) روش راکول

این روش مبتنی بر عدد راکول ( $R$ ) است که بر حسب آن، عدد سختی  $p$  در حالت کلی از رابطه زیر به دست می‌آید [۴ تا ۶]:

$$R = K_1 \frac{K_2}{\sqrt{p}} \quad (2)$$

که در آن  $K_1$  و  $K_2$  اعدادی ثابت هستند. البته برای سطوح کروی دنداندار می‌توان از رابطه  $R = K_1 \frac{K_2}{p}$  استفاده کرد. شکل ۱ روش راکول را با روش موهس مقایسه می‌کند.

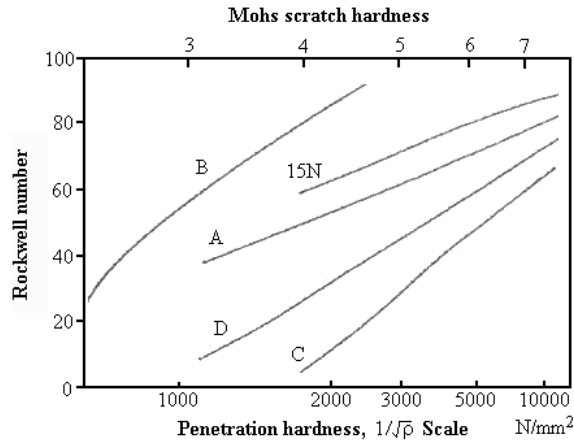
ج) روش نفوذی:

در این روش نتایج با عدد جدول موهس مقایسه و به یکای  $\text{kg/mm}^2$  تبدیل می‌شود که در آن:

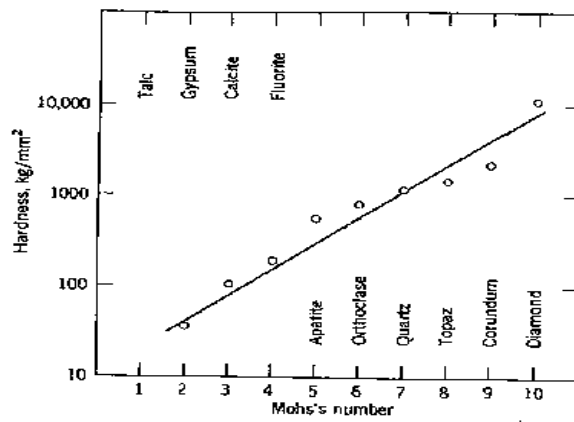
$$\text{سختی موهس} = 4.28 \text{Log}(p) - 5038 \quad (3)$$

رابطه ۳ سختی  $p$  را بر اساس سختی موهس ارائه می‌کند که مقادیر عددی آن در جدول ۱ داده شده‌اند [۷]. در شکل ۲، سختی  $p$  با سختی موهس مقایسه شده است.

- 1- Moh's scale hardness
- 2- Rockwell
- 3- Penetration
- 4- Vickers



شکل ۱ مقایسه روش Rockwell با سختی موهس



شکل ۲ مقایسه سختی p با سختی موهس.

جدول ۱ مقایسه بین سختی p و سختی موهس

کانی	سختی موهس	p ( $kg/mm^2$ )
تالک	۱	۲۳
ژئپس	۲	۳۰
کلسیت	۳	۱۰۰
فلوریت	۴	۱۶۰
آپاتیت	۵	۴۰۰
ارتوکلاز	۶	۶۰۰
کوارتز	۷	۸۱۰
توپاز	۸	۱۲۰۰
کروندوم	۹	۱۸۶۰
الماس	۱۰	۷۸۰۰

## روش FH

در این روش نخست کانی تالک را به عنوان کانی مبنا انتخاب می‌کنیم. سطح دو کانی هم جنس تالک را روی هم می‌کشیم، پارامترهای مؤثر در سختی تالک را اندازه‌گیری کرده و سختی تالک را با استفاده از روابط زیر به دست می‌آوریم. سپس سختی کانی‌های دیگر را می‌توان با مبنا قرار دادن سختی تالک و کشیدن کانی مورد نظر بر سطح آن محاسبه کرد. در این روش مبنا ضریب اصطکاک کانی است که بر اساس آن عوامل مؤثر دیگری نظیر دما، نیروی عمود بر سطح، سختی سطوح، سرعت و راستای آن نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند [۸ و ۱۱]. رابطه بین ضریب اصطکاک ایستایی کانی و عوامل مؤثر بر آن را می‌توان به صورتهای زیر نوشت:

$$\mu_s = \frac{(h_{M1} + h_{M2}) \cdot L \cdot V}{N \cdot T_M} \Rightarrow (h_{M1} + h_{M2}) = \frac{N \cdot \mu_s \cdot T_M}{L \cdot V} \quad (4)$$

که در آن،  $T_M$  دمای بیشینه،  $V$  سرعت،  $L$  بردار مکان،  $h_{M1}$  سختی جسم اول،  $h_{M2}$  سختی جسم دوم،  $\mu_s$  ضریب اصطکاک ایستایی و  $N$  نیروی عمودی بر سطح است. سرعت را می‌توان با استفاده از یک زمان سنج و یک خطکش بر حسب  $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$  به دست آورد. رابطه ضریب اصطکاک ایستایی کانی، نیروی اصطکاک  $f_s$  و نیروی عمودی بر سطح به صورت زیر است:

$$f_s = \mu_s N \quad (5)$$

که در آن  $f_s$  را در آستانه حرکت می‌توان با استفاده از نیروسنج بر حسب  $\text{kg} \cdot \text{mm} \cdot \text{s}^{-2}$  (میلی-نیوتن) به دست آورد. بردار مکان بر حسب  $\text{mm}$  و اندازه آن برای سطوح دایره‌ای به شعاع  $r$  برابر  $2r$  است. دمای بیشینه  $T_M$  نیز که بر حسب درجه سانتیگراد است با استفاده از دماسنج‌های تماسی (ترموکوپل) قابل اندازه‌گیری است.

با فرض سطوح تماس افقی (شیب صفر) و حرکت با سرعت ثابت، سختی هر سطح را می‌توان محاسبه کرد. برای این کار، نخست سختی کانی مبنا  $h_{(T)}$  را با انتخاب دو سطح از جنس تالک (سطح زیر و سطح رو) از طریق روابط زیر به دست می‌آوریم:

$$h_{M1} = h_{M2} = h_T \quad h_{(T)} = \frac{\mu_s \cdot N \cdot T_M}{L \cdot V} \quad h_{(T)} = \frac{\mu_s \cdot N \cdot T_M}{L \cdot V} \quad (6)$$

که در آنها  $N = mg$  مؤلفه عمودی نیروی واکنش سطح تماس دو جسم است.  $g = ۱/۹ \text{ m/s}^2$  ثابت گرانش و  $m = \rho V$  (با  $\rho$  چگال و  $V$  حجم) کانی است. بنابراین با جایگذاری  $N = \rho V g$  در رابطه ۶ داریم:

$$h_{(T)} = \frac{\mu_s \rho V g \cdot T_M}{L \cdot V} \quad (7)$$

با در نظر گرفتن کانی مورد نظربه شکل مکعب مستطیل کوچکی با یالها به طول  $L$ ، ارتفاع  $H$  و عرض  $b$ ، حجم کانی برابر با  $V = LbH$  خواهد بود. بنابراین داریم:

$$h_{(T)} = \frac{\mu_s \cdot p \cdot b \cdot H \cdot g \cdot T_M}{V} \quad (۸)$$

با استفاده از روابط ۴ و ۸، سختی  $h_M$  کانی مورد نظر از طریق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$h_M = \left( \frac{\mu_s \cdot p \cdot b \cdot H \cdot g \cdot T_M}{V} \right) - h_{(T)} \quad (۹)$$

باید توجه داشت که در رابطه ۹، سطح زیرین همواره از جنس تالک و سطح رویی متغیر است و نیز  $T_M$ ،  $\mu_s$ ،  $V$ ، و  $p$  برای کانی‌های مختلف متفاوت و بقیه پارامترها ثابتند.

### محاسبه $T_M$

در این روش دمای بیشینه  $T_M$  آنقدر زیاد نیست که موجب ذوب سطوح تماس شود که در نتیجه اصطکاک سیالی را بوجود آورد. روشهای متفاوتی برای اندازه‌گیری و محاسبه  $T_M$  وجود دارند که در اینجا به دو روش آن اشاره می‌شود [۱۴ و ۱۵].

#### الف- ترموکوپل

با نصب چند ترموکوپل روی بخشهای مختلف کانی، دمای هر ترموکوپل را یادداشت کرده و میانگین آنها را در روابط ۸ و ۹ قرار داده و دمای مورد نظر به دست می‌آوریم. باید توجه داشت که ترموکوپل‌ها، با حرکت کانی حرکت می‌کنند در نتیجه دمای حاصل تابع مکان خواهد بود.

#### ب- کار و انرژی

برای تعیین ظرفیت گرمایی کانی  $C_M$ ، قطعه‌ای به جرم  $m_H$  از آن را در گرماسنجی با ارزش آبی  $A$  قرار می‌دهیم. پس از رسیدن به تعادل و تعیین دمای اولیه  $T_H$ ، دمای تعادل  $T_f$ ، و گرمایی ویژه آب  $C_H = 4.18 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$  داریم [۱۲ و ۱۳]:

$$Q = (A + m_H C_H)(T_H - T_f) = MC_M(T_f - T_E) \quad (۱۰)$$

$$C_M = \frac{(A + m_H C_H)(T_H - T_f)}{M(T_f - T_E)}$$

کار نیروی اصطکاک  $W_{f_k}$  با استفاده از رابطه کار و انرژی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{f_k} = MC_M(T_M - T_E) \Rightarrow f_K \cdot d = MC_M(T_M - T_E) \quad (۱۱)$$

که در آن  $d$  جابجایی کانی است. بنابر این  $T_M$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T_M = \frac{f_K \cdot d \cdot M(T_f - T_E)}{M(A + m_H C_H)(T_H - T_f)} + T_E \quad (۱۲)$$

به این ترتیب، پارامترهای لازم برای تعیین سختی کانی‌ها را محاسبه می‌کنیم. خلاصه نتایج حاصل در جدول ۲ آورده شده‌اند.

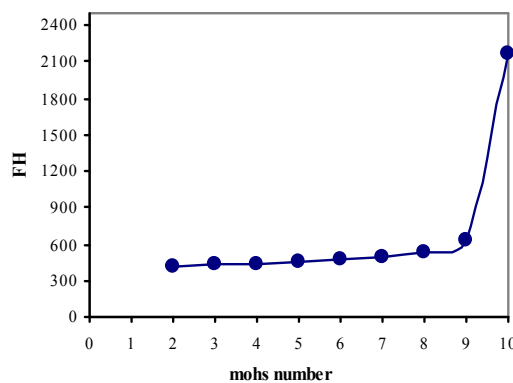
## مقایسه روش FH با روشهای موهس و p

شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب مقایسه‌هایی را نشان می‌دهند که بین روش پیشنهادی FH از یک طرف و روشهای متداول موهس و p صورت گرفته است. این شکل‌ها بیانگر تغییر یکنواخت سختی FH در مقایسه با سختی موهس است. از طرف دیگر رابطه بین سختی FH و سختی موهس برای کانی‌های تالک تا کروندوم از یک روند یکنواخت و تا حدی خطی پیروی می‌کند که در جدول ۳ آورده شده است. جدول ۳ و شکل ۴ نمایشی است از همخوانی روش پیشنهادی FH و روش p.

در روش FH اختلاف بین سختی کانی‌ها تقریباً بطور یکنواخت است، در صورتیکه روش p دارای تفاوت‌های فاهشی مابین سختی کانی‌ها، است. در روش FH از پارامترهای فیزیکی بیشتری برای تعیین سختی کانی‌ها استفاده شده است ولی مبنای روش p پارامتر نفوذ است. رابطه بین دما و سختی در جدول ۲ و شکل ۵ نشان داده شده است. شکل ۵ نشان می‌دهد که دمای کانی‌های مختلف بین ۲۵/۰۵ و ۲۵/۲۵ تغییر می‌کند. اگر چه سختی کانی به دما بستگی دارد ولی از روند خاصی پیروی نمی‌کند و بستگی به رسانندگی گرمایی کانی دارد.

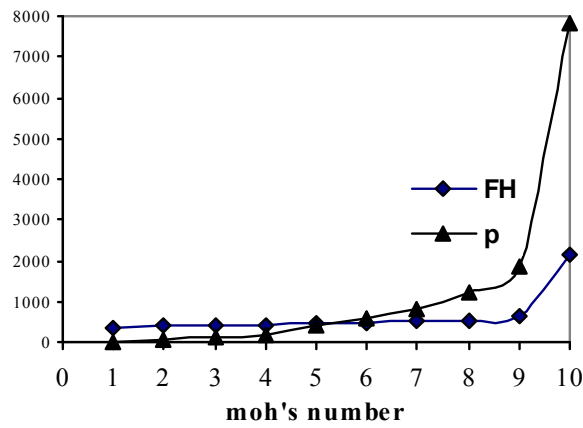
جدول ۲ پارامترهای لازم برای تعیین سختی کانی‌ها به روش FH

کانی	$\mu\text{s}$	$\rho \times 10^{-3}$	V(mm/s)	T(°C)	h(mm)	b(mm)	$g(\text{mm/s}^2)$
تالک	۰/۲۲	۲/۷۵	۱۲/۸۵	۲۵/۰۵	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
ژیپس	۰/۲۶	۲/۳۵	۱۲/۵۳	۲۵/۰۹	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
کلسیت	۰/۲۷	۲/۶۵	۱۳/۴	۲۵/۱	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
فلورین	۰/۲۸	۳/۱۸	۱۴/۸۶	۲۵/۱۱	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
آپاتیت	۰/۳	۳/۲	۱۵/۲۸	۲۵/۱۳	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
اورتوز	۰/۳۵	۲/۵۵	۱۴/۵۳	۲۵/۱۷	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
کوارتز	۰/۳۷	۲/۶۵	۱۵/۰۵	۲۵/۲۱	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
توپاز	۰/۳۵	۲/۵۵	۱۶/۶۱	۲۵/۲۵	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
کروندوم	۰/۳۶	۴/۵	۱۷/۹۵	۲۵/۱۵	۲۰	۴۰	۹۸۱۰
الماس	۰/۳۸	۳/۵۳	۱۰/۲۶	۲۵/۱۶	۲۰	۴۰	۹۸۱۰

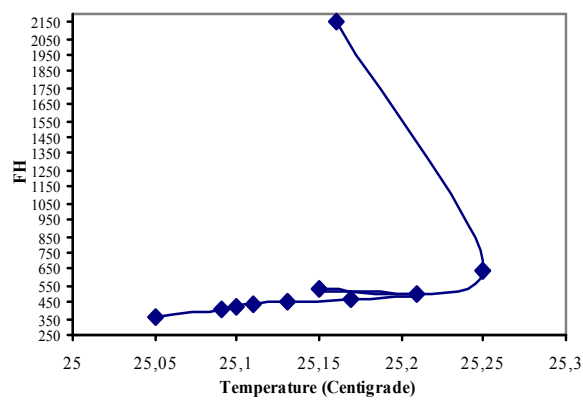


شکل ۳ مقایسه بین سختی موهس و سختی FH.





شکل ۴ مقایسه سختی موس و سختی p و FH.



شکل ۵ رابطه دما و سختی FH

جدول ۳ مقایسه سختی p، و سختی موهس و FH.

کانی	Moh's hardness	FH, Kg/(mm <sup>2</sup> .C)	p (Kg/mm <sup>2</sup> )
تالک	۱	۳۶۰٫۱۵	۲۳
ژئپس	۲	۴۰۶٫۱۵	۳۰
کلسیت	۳	۴۲۴٫۷۸	۱۰۰
فلوریت	۴	۴۳۴٫۴۶	۱۶۰
آپاتیت	۵	۴۵۰٫۷۷	۴۰۰
ارتوکلاز	۶	۴۷۴٫۹۱	۶۰۰
کوارتز	۷	۴۹۶٫۳۱	۸۱۰
توپاز	۸	۵۲۸٫۷۵	۱۲۰۰
کروندوم	۹	۶۳۶٫۱۹	۱۸۶۰
الماس	۱۰	۲۱۵۵٫۹۸	۷۸۰۰

### برداشت

در این بررسی روش تازه‌ای به نام روش FH برای تعیین سختی کانی‌ها معرفی شده است که در عین سادگی پارامترهای بیشتری از خواص کانی‌ها را در بر می‌گیرد، بنابراین در مقایسه با روش‌های دیگر از دقت بیشتری برخوردار است. این روش به عوامل متعددی نظیر دما، نیروی عمود بر سطح، سختی سطوح، سرعت و راستای آن بستگی دارد. در این روش سختی بر حسب  $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2 \cdot \text{C}}$  تعریف می‌شود که بیانگر اثر دما بر سختی است (که این روش را از روش‌های مرسوم متمایز می‌سازد). شکل‌های ۳ و ۴ سختی FH را با سختی‌های موهس و p مقایسه می‌کنند و به روشنی بیانگر یکنواختی نمودار سختی FH در مقایسه با سختی موهس هستند. برای تعیین سختی کانی‌ها در روش FH به پارامترهای متعددی احتیاج داریم که این پارامترها در جدول ۲ آورده شده‌اند.

### مراجع

- [1] William S. C., "Hardness of Minerals and Rocks", University of Wisconsin-River Falls, (1998).
- [2] Szwedzicki T., "Indentation Hardness Testing of Rock", Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 25 (1998) pp. 825-829.
- [3] Will G., Perkins P. G., "A scientific Approach to Hardness: The Hardness of Diamond and Cubic Boron Nitride", Materials Letter 40 (1999) pp. 1-4.
- [4] Low S., "Rockwell Hardness Measurement of Metallic Materials, NIST Recommended", Practice Guide, Special Publication (2001) pp. 960-965.
- [5] Ullner C., Germak A., Doussai H. L., Morrell R., Reich T., Vandemeulen W., "Hardness Testing on Advanced Technical Ceramics", J. of the European ceramic Society 21 (2001) pp. 439-451.
- [6] Kim H., Kim T., "Measurement of Hardness on Traditional Ceramics", J. of the European ceramic Society, 22 (2002) pp. 1437-1445.

- [7] Gong J., Wu J., Guan Z., "Examination on the Indentation Size Effect in Low-load Wicker Hardness Testing of Ceramics", J. of the European ceramic Society 19 (1999) pp. 2626-2631.
- [8] Hutchings I. M., "Friction and Wear of Engineering Materials", Tribology, Edward Arnold, London (1992) p. 273.
- [9] Tian X., Tian S., "The Wear Mechanism of Impregnated diamond bits", Wear 177 (1994) pp. 81-91.
- [10] Ersoy A., Waller M. D., "Wear Characteristics of PDC Pin and Hybrid Core Bits in Rock Drilling", Wear 188 (1995) pp. 150-165.
- [11] Rabinowicz E., "Friction and Wear of Materials", John Wiley, (1995).
- [12] Lide D.R. (ed.), "CRC Handbook of Chemistry and Physics", 73rd ed., Boca Raton, Fla.: The Chemical Rubber Co., (1993).
- [13] Gong J., Li. Y., "An Energy-balance Analysis for the Size Effect in Low-load Hardness Testing", J. of Material Science 35 (2000) pp. 209-213.
- [14] Hatakeyama T., Liu Z. H., "Handbook of Thermal Analysis", John Wiley & Sons (1998).
- [15] Barron T. H. K., White G. K., "Heat Capacity and Thermal Expansion at Low Temperatures", Kluwer Academic/Plenum Publishers (1999).
- [16] Byrne C., Wang Z., "Influence of Thermal Properties on Friction Performance of Carbon Composites", Carbon 39 (2001) pp. 1789-1801.